

События и вероятность!

Ω - множество

Примеры:

$$\textcircled{1} \Omega = \{0, 1, P\}$$

$\omega \in \Omega$

$$\textcircled{2} \Omega = \{(i, j); i, j = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\}$$

Горел

$$P(A) = 50\%$$

$$\textcircled{4} P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Дополнение $\bar{A}$:

A^c случается, если A не случается. $A^c = \bar{A}$.

Объединение $A \cup B$ если A и B случаются. $0,4 + 0,3 = 0,7$

Пересечение $A \cap B$ если $\textcircled{00}$ (пример: дождь и солнце-дождь)

$$A_1 B_2 A_2 B_1$$

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$\underbrace{A_1 A_2}_{2} \underbrace{B_1 B_2}_{2}$$

$$A_1 B_1 B_2 A_2$$

$$A_2 A_1 B_2 B_1$$

$$A_1 A_2 B_1 B_2$$

$$A B B - 3!$$

$$A B_1 B_2 2!$$

$$A B_2 B_1$$

$$\frac{m_1! \cdot m_2!}{n!}, \frac{m!(n-m)!}{n!}$$

$$\frac{n!}{m_1! \cdot m_2!} = \frac{24}{4}$$

$$\frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Galois

20.1811-1832

$$A O I X X X F_5 F_2 F_1 X X X_3$$

$$\frac{3! \cdot 3!}{6!} = \frac{6 \cdot 6}{720} = \frac{1}{20}$$

$$\begin{matrix} A_2 B A_1 B \\ A_2 B A_1 B \end{matrix} \begin{matrix} > \text{длинн} \\ & \text{кое 2} \end{matrix}$$

Математика: область принадлежит философии.

Аристотель: область систем; суждения, закон. — истина.

Эпистема — степень достоверности.

Информация — утверждения данных.

теория информации имеет дело с данными.

можно заниматься тем, чтобы построить коды ве-

кое соединение через некачественный канал. Это тоже

занимается теория информации.

	false 0	true 1			
Q	0	1	0	0	1
V	0	1	1	1	0
XOR	0	1	1	0	0
				1	1

Тогда звучит следующий вопрос:
 сколько возможных перестановок букв
 в слове; какова вероятность, что первые
 буквы стоят перед согласными?

Медиа-версия нашего учебного пособия

Walking in Oxford on a cold and rainy day

DEPARTMENT OF STATISTICS

With prof. Matthias Winkel

ПРОДУКТИВНОЕ РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ

CHALK+TALK

History

Задание эффективнее, чем чтение учебника

ink + think

1 listening

2 first way of processing

3 Writing, incl. sth. you're not quite sure about

Школа $\downarrow$ gravity $\downarrow$ MOTION $\Rightarrow$ formalism $\Rightarrow$ University

$E = MC^2$

CONCRETE AND ABSTRACT THINKING

elaborate explanation for details

$\downarrow$ gravity $\downarrow$

Why falling?

MOTION

Acceleration

ISAAC NEWTON

elaborate explanation for details

$E = MC^2$

$W = 2\pi f$

$\beta = \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}$

$E = \frac{1}{2} h \nu / m$

$\lambda = \frac{h}{2\pi m v}$

$E = \frac{1}{2} N \hbar \omega$

$\vec{S} = \frac{1}{2} (\vec{E} \times \vec{B})$

ALBERT EINSTEIN

Motivation: 80% chance of rain

Let A_j be the event of rain at 9am on day j of this term, $1 \leq j \leq n$

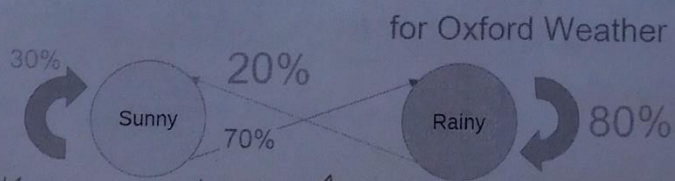
Suppose the events A_j each have probability p , independently.

Oxford

Tue 13th	Wed 14th	Thu 15th	Fri 16th
10° 9°	13° 10°	13° 8°	11° 7°
70%	70%	70%	70%

Если событие произошло, то вероятность x (где $x = 0.8$).

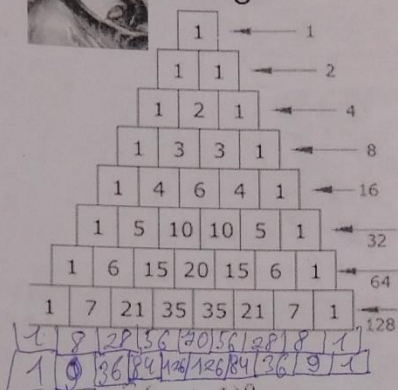
Markoff Chain Probability Model



В цепи Маркова N -го порядка вероятность перехода между каждым состоянием зависит от N предыдущих.



Pascal's triangle



$$(a + b)^0 =$$

$$(a + b)^1 =$$

$$(a + b)^2 =$$

$$(a + b)^3 =$$

$$(a + b)^4 =$$

$$(a + b)^5 =$$

$$(1 + b)^6 =$$

$$a = 1$$

$$(a + b)^8 =$$

$$(a + 1)^9 =$$

$$(a + 1)^9 =$$

$$(a + 1)^9 =$$

$$(a + 1)^9 =$$

$$(a + 1)^9 =$$

$$(a + 1)^9 =$$

$$(a + 1)^9 =$$

$$(a + 1)^9 =$$

$$(a + 1)^9 =$$

$$(a + 1)^9 =$$

$$(a + 1)^9 =$$

$$(a + 1)^9 =$$

$$(a + 1)^9 =$$

$$(a + 1)^9 =$$

$$(a + 1)^9 =$$

$$(a + 1)^9 =$$

$$(a + 1)^9 =$$

$$(a + 1)^9 =$$

$$(a + 1)^9 =$$

$$(a + 1)^9 =$$

$$(a + 1)^9 =$$

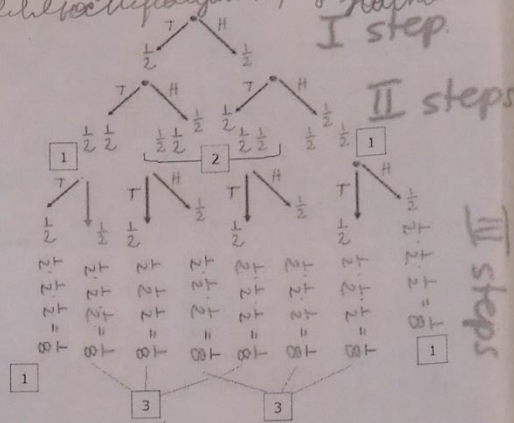
$$(a + 1)^9 =$$

$$(a + 1)^9 =$$

$$(a + 1)^9 =$$

$$(a + 1)^9 =$$

Формула для вычисления чисел в треугольнике Паскаля.



Newton's Binomial



$$a + b$$

$$a^2 + 2ab + b^2$$

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

$$(1 + b)^6 = a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6 = 1 + 6b + 15b^2 + 20b^3 + 15b^4 + 6b^5 + b^6$$

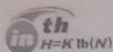
$$(a + b)^8 = a^8 + 8a^7b + 28a^6b^2 + 56a^5b^3 + 70a^4b^4 + 56a^3b^5 + 28a^2b^6 + 8ab^7 + b^8$$

$$(a + 1)^9 = a^9 + 9a^8 + 36a^7 + 84a^6 + 126a^5 + 126a^4 + 84a^3 + 36a^2 + 9a + 1$$

OK.

Формула Ньютона или Биномиальная формула - формула для расчисления степени суммы чисел $(a + b)$, возведенной в целую степень. Преподносим Паскалю благодарности за эту задачу. (степень + 1 = строка)

Календарь, 1861



MIT

Massachusetts Institute of Technology (MIT)

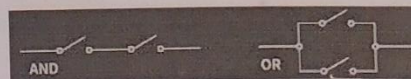
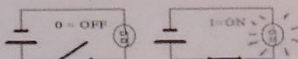


Lecture by Pr. Bob Gallagher

Boole (1815-1864) & Shannon (1916-2001)



модель 0/1



Logical addition
(disjunction)

A	B	F=A ∨ B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

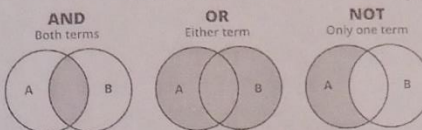
A	B	A ∨ B
True	True	True
True	False	True
False	True	True
False	False	False

Logical disjunction



Definition: Truth table
Logic gate

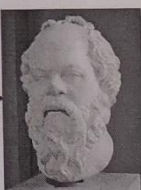
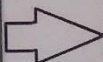
BOOLEAN LOGIC



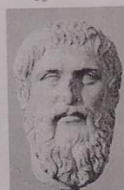
Good logic



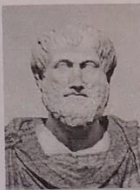
Socrates



Socrates



Plato



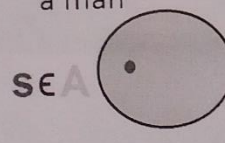
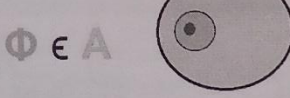
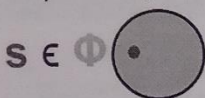
Aristotle



Socrates was a philosopher

philosophers are men

Socrates was a man



Bad logic



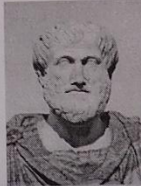
Socrates was a man



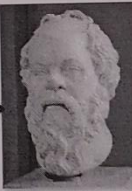
Socrates



Plato

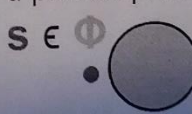
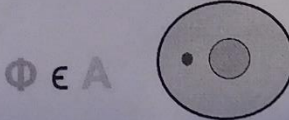
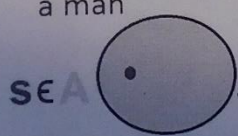


Aristotle



Socrates

Socrates was a philosopher



message source

encoder

noise

channel

decoder

message receiver

© 2000 Encyclopædia Britannica, Inc.

*Всё замешано мессежа
(упреждение передану сигнала)*

Resume of Lecture by Pr. Bob Gallagher from MIT

Massachusetts Institute of Technology (MIT)

George Boole (1815-1864) developed Boolean logic

The principles of logical thinking have been understood (and occasionally used) since the Hellenic era.

Boole's contribution was to show how to systemize these principles and express them in equations (called Boolean logic or Boolean algebra).

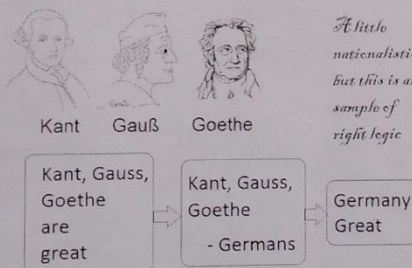
Claude Shannon (1916-2001) showed how to use Boolean algebra as the basis for switching technology. This contribution systemized logical thinking for computer and communication systems, both for the design and programming of the systems and their applications.

Logic continues to be abused in politics, religion, and most non-scientific areas.

Logic continues to be abused in politics, religion and most non-scientific areas

Handwritten note: *Handwritten note: "Handwritten note: ..."*

sample example of right logic.



Bad logic (abuse of logic)
nationalistic example (Nazi)

The Mathematical Theory of Communication



Creating a reliable connection over an unreliable (noisy) channel that's what IT is about

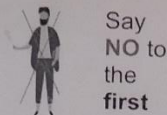
and that's what Shannon did

Handwritten note: *Handwritten note: "Handwritten note: ..."*

5

$$\boxed{\log_2 N = n}$$

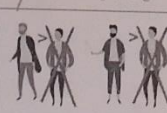
к-во 2-х вопросов на
одну единицу
(Энтропия информации)



Say NO to the first



Say YES to the second if it is better than the first



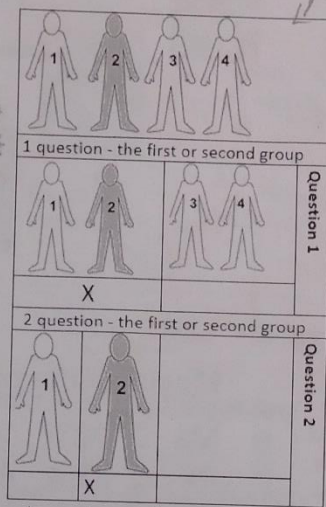
Say NO to the third only if it is worse than all the others

Задание о неравномерной вероятности

Среднее количество вопросов =

1*0.5+	2*0.25+	3*0.125+	3*0.125

+0.1



Average number of questions =
2*0.25+ 2*0.25+ 2*0.25+ 2*0.25 = 2

Question 1. Is this Zuckerberg?		1*0.5
Question 2. Is this Sergey Brin?		2*0.25
Question 3. Is this Stefan from BMW?		3*0.125
So Prince Saud		3*0.125

0.5

0.5

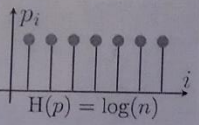
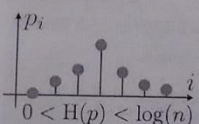
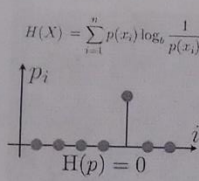
+0.1

0.375

0.375

2.0

Average number of questions = 1.75



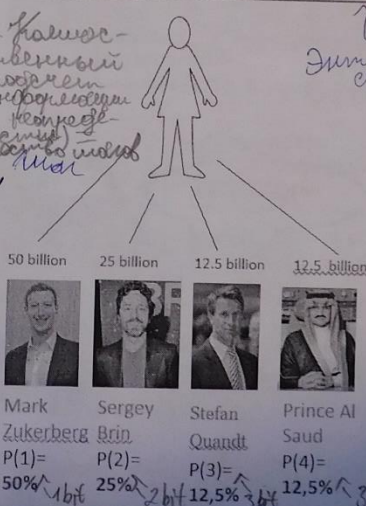
$$H(X) = -\sum_{i=1}^n p(x_i) \log_2 \frac{1}{p(x_i)}$$

Quantifying information

$$I(x_i) = \log_2 \left(\frac{1}{p_i} \right)$$

number of bits (бит) required to encode choice

$$\sum_{i=1}^n p(x_i) I(x_i)$$



Mark Zuckerberg P(1)=50%

Sergey Brin P(2)=25%

Stefan Quandt P(3)=12.5%

Prince Al Saud P(4)=12.5%

50% ^ 1 bit, 25% ^ 2 bit, 12.5% ^ 3 bit, 12.5% ^ 3 bit

I(Mark Z.) = log_2(1/0.5) = 1 bit (used)

Sum p(i) log_2(1/p(i)) = 0.5 * log_2(1/0.5) + 0.25 * log_2(1/0.25) + 0.125 * log_2(1/0.125) + 0.125 * log_2(1/0.125)

= 0.5 * 1 + 0.25 * 2 + 0.125 * 3 + 0.125 * 3 = 0.5 + 0.5 + 0.375 + 0.375 = 1.75

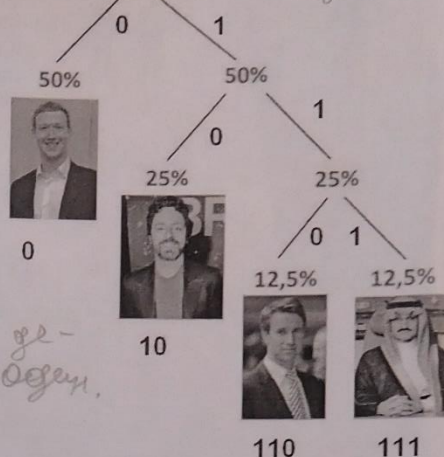
$$H = -\sum_{i=1}^n p(x_i) \log_2 \left(\frac{1}{p(x_i)} \right)$$

$$H = -\sum_{i=1}^n p(x_i) \log_2 (p(x_i))$$

Энтропия по известной вероятности

Дерево показывает процесс образования кода белорусского, каждый символ связан с бинарными кодами, основываясь на его частоте, символы кодируются встраиваемыми в бинарные коды дерева, закодированные в короткие коды. Коды образуются продолжением дерева: слева - код, справа - код.

Дерево Huffman (левое - код, правое - символ)



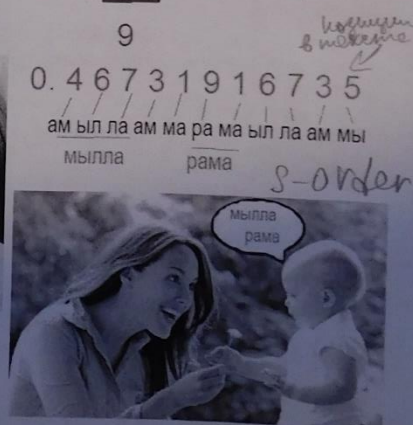
Зависит от предыдущих символов

First-order approximation (symbols independent but with frequencies of Belarusian txt).

Мама мыла ра
 М - 3 — 30% 1-3 М
 а - 4 — 40% 4-7 а
 ы - 1 — 10% 8-ы
 л - 1 — 10% 9-л
 р - 1 — 10% 10-р
 10
 пла мама р

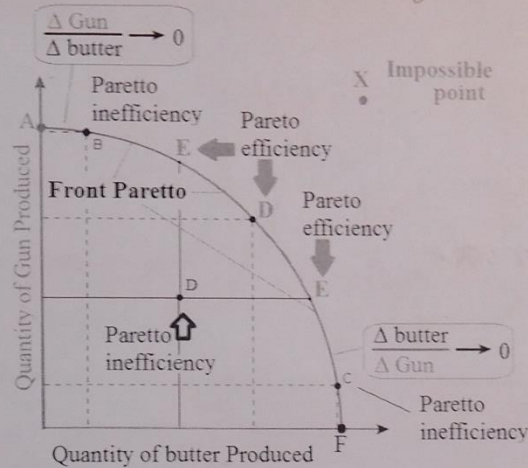
Мама мыла ра
 Ма - 2 22% 1-2 ма
 ам - 2 22% 3-4 ам
 мы - 1 11% 5 мы
 ыл - 1 11% 6 ыл
 ла - 1 11% 7 ла
 ар - 1 11% 8 ар
 ра - 1 11% 9 ра
 9

Second-order approximation (diagram (2-symbols) structure as in Belarusian)



Зам не всегда необходимо слышать слова ребенка! достаточно отдельных звуков, фраз, чтобы понять смысл.

Эффективность по Парето - такое состояние системы или системы, при котором ни один участник системы не может быть улучшен без ухудшения хотя бы одного из других участников.



The orange sector E-D-E is the most Pareto efficient - since an increase in one indicator leads to a decrease in another.

Классическая теория игр.

Prisoners' dilemma

		prisoner B	
		confess	remain silent
prisoner A	confess	5 years 5 years	0 year 20 years
	remain silent	20 years 0 year	1 year 1 year

© 2010 Encyclopedia Britannica, Inc.

Game Theory

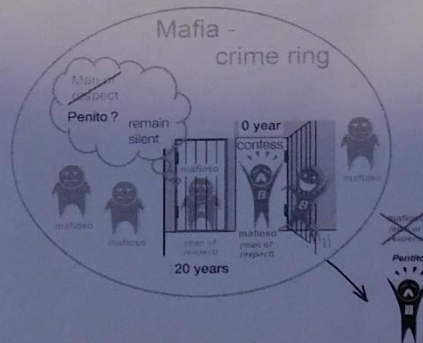
Nash Equilibrium



** => Nash equilibrium

	$H_2(x)$	Player 2	
		Recognition:	Non-recognition:
$H_1(x)$	Player 1		
Recognition:	1	1 -5	2 -20
Non-recognition:	2	-20 0	-1 -1

Pareto Optimality



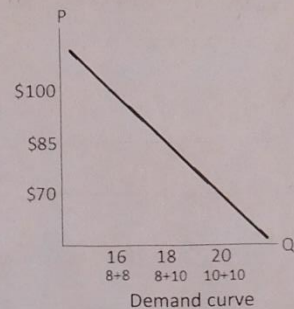
равновесие Нэша - такое решение, одно из ключевых понятий теории игр. Если называемое равновесие Нэша, то оно означает, что ни один участник не может улучшить свое положение, изменив свою стратегию, если другие участники не изменят свои стратегии.

Современное Нэша - такое решение, одно из ключевых понятий теории игр. Если называемое равновесие Нэша, то оно означает, что ни один участник не может улучшить свое положение, изменив свою стратегию, если другие участники не изменят свои стратегии.

нахождение спроса на нефть

Oil price hits 18-year low

Brent crude, US dollars per barrel



экономическое равновесие
нефть будет стоить
меньше, чем сейчас, и
это приведет к
тому, что нефть будет
продаваться по более
низкой цене

Barrel		1.	2.
		$8 \cdot 10^6$ day	$10 \cdot 10^6$ day
1.	$8 \cdot 10^6$	 $\$800$ millions per day $\$100$ $\$800$ millions per day	 $\$850$ millions per day $\$85$ $\$680$
2.	$10 \cdot 10^6$	 $\$680$ millions per day $\$85$ $\$850$ millions per day	 $\$700$ millions per day $\$70$ $\$700$ millions per day



теория игр: главный пример может быть
проанализирован с точки зрения теории
игр. Каждый игрок будет адаптировать
свою стратегию исходя из поведения дру-
гих участников.

Если один из участников нефтяной торговли
последним неостановится:

- а) Дает больше нефти на рынок
- б) Цена, следовательно, упадет
- в) Группа, которая повышает производ-
ство нефти всё равно получит выгоду,
недешевой и за счёт будущих периодов;
- г) Группа, временно воздержавшаяся от обогащения,
покажет убытки;
- д) Консервативная сторона контролирует как кон-
сервативность потерь увеличением добычи нефти;
- е) С увеличением кот-ва нефти на рынке,
цена снова упадет;
- ё) Кризис обеих сторон сведётся к опреде-
лённой величине.